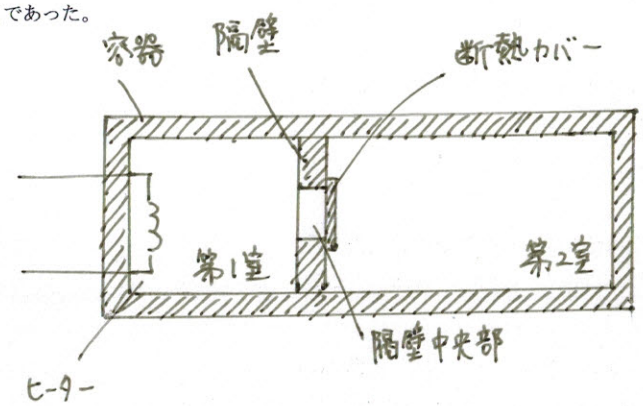
2015年　九州大学　第3問

次の文章を読み、以下の問いに答えよ。

図3のように、断熱材でできた密閉された容器が隔壁により第1室と第2室に仕切られている。隔壁は隔室の気密性を保ちながら容器内を摩擦なくなめらかに動く。また、隔壁を固定することも可能である。隔壁の中央部は熱を通す素材で、それ以外の部分は断熱材でできている。さらに、中央部は開閉可能な断熱カバーで覆われており、このカバーの開閉により両室間の熱の移動を制御できる。すなわち、断熱カバーが閉じていれば、両室の間に熱の移動はなく、断熱カバーが開いていれば、両室の間でゆるやかな熱の移動が可能である。隔壁中央部の熱容量は無視できるものとする。第1室内にはヒーターが設置されており、第1室の気体を加熱することができる。

第1室と第2室に、気体定数を R として定積モル比熱が $\frac{3}{2}R$ である同種の単原子分子理想気体を封入し、以下に述べるような状態変化を行った。なお、問題中の温度は全て絶対温度で与えられている。

初めの状態Aでは、隔壁は静止しており、断熱カバーは閉じている。このとき、第1室の気体の体積、温度、圧力は、それぞれ V_A、T_A、p_A であり、第2室の気体の体積、温度、圧力は、それぞれ $3V_A$、T_A、p_A であった。



問1. 第1室の気体の物質量(モルを単位として表した物質の量)を V_A、T_A、p_A、R の中から必要なものを用いて表せ。

状態Aから、隔壁を固定し断熱カバーを閉じたままヒーターによりゆっくり第1室の気体を加熱したところ、第1室の気体の温度が $2T_A$ となった。この状態を状態Bとする。

問2. 状態Aから状態Bへの変化の間にヒーターが第1室の気体に加えた熱量を、V_A、T_A、p_A、R の中から必要なものを用いて表せ。

次に、状態Bから隔壁を固定したまま断熱カバーを開け、しばらく待ったところ、熱平衡に達した。この状態を状態Cとする。

問3. 状態Cにおける第1室、第2室の気体の温度を V_A、T_A、p_A、R の中から必要なものを用いて表せ。

問4. 状態Bから状態Cへの変化の間に第1室から第2室に移動した熱量を V_A、T_A、p_A、R の中から必要なものを用いて表せ。

問5. 状態Cにおける第1室の気体の圧力、第2室の気体の圧力をそれぞれ V_A、T_A、p_A、R の中から必要なものを用いて表せ。

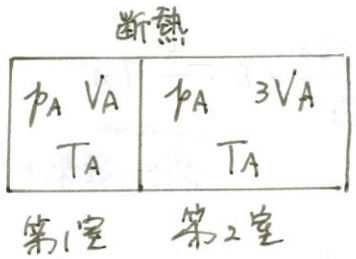
再び状態Aから考える。以後、隔壁は自由に動けるとし、断熱カバーは閉じている。ヒーターによりゆっくり第1室の気体を加熱し、総量、$3p_AV_A$ の熱を加えた状態を状態Dとする。

問6. 状態Aから状態Dへの変化の間に生じた第1室、第2室の気体の内部エネルギーの変化をそれぞれ、ΔU_1、ΔU_2 とする。$\Delta U_1+\Delta U_2$ を、V_A、p_A を用いて表せ。

問7. 状態Dにおける第1室の気体の体積を V_D とし、状態Dにおける第1室、第2室の気体の圧力を p_D とする。ΔU_1 を V_A、p_A、V_D、p_D を用いて表せ。

問8. p_D を V_A、T_A、p_A、R の中から必要なものを用いて表せ。

九大　2015年第3問



状態A

この問題を通じて室間の気体の移動はおこっていないので、A, B, … の添え字は不要

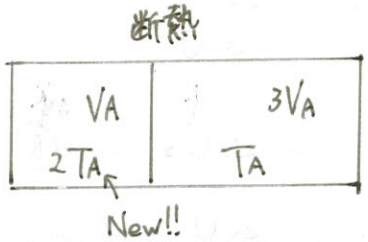
問1

求めるモル数をn_1とする。

理を第1室・状態Aに適用して

$$p_A V_A = n_1 R T_A \qquad \therefore n_1 = \frac{p_A V_A}{R T_A}$$

問2　A → Bになった



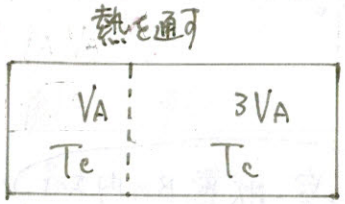
状態B

「$Q = nC_V\Delta T$」より求める熱量をQとすると

$$Q = n \cdot \frac{3}{2}R \cdot (2T_A - T_A)$$

$$= \frac{p_A V_A}{R T_A} \cdot \frac{3}{2}R \cdot T_A = \frac{3}{2}p_A V_A$$

問3　B → Cになった



状態C

第2室のモル数をn_2とすると、次の連立方程式を得る。

$$p_A \cdot 3V_A = n_2 R T_A \quad (\text{第2室・状態Aの理}) \cdots ①$$

$$\underbrace{\frac{3}{2}n_1 R \cdot 2T_A}_{\text{第1室 状態B}} + \underbrace{\frac{3}{2}n_2 R T_A}_{\text{第2室 状態B}} = \underbrace{\frac{3}{2}n_1 R T_C}_{\text{第1室 状態C}} + \underbrace{\frac{3}{2}n_2 R T_C}_{\text{第2室 状態C}}$$

(エネルギー保存) … ②

$$n_1 = \frac{p_A V_A}{R T_A} \quad ((1)\text{の結果}) \cdots ③$$

③と①を②に代入

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{p_A V_A}{R T_A} \cdot R \cdot 2T_A + \frac{3}{2} \cdot \frac{p_A \cdot 3V_A}{R T_A} \cdot R T_A$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{p_A V_A}{R T_A} \cdot R T_C + \frac{3}{2} \cdot \frac{p_A \cdot 3V_A}{R T_A} \cdot R T_C$$

両辺 $\times \frac{2}{3} \cdot \frac{R T_A}{p_A V_A} \cdot \frac{1}{R}$

$$2T_A + 3T_A = T_C + 3T_C \qquad \therefore T_C = \frac{5}{4}T_A$$

問4　第2室の気体は仕事をしていないので、内部エネルギーの変化がそのまま気体の吸収した熱量である。

「$U = \frac{3}{2}nRT$」より

第2室・状態Cの内エネ − 第2室・状態Bの内エネ

$$= \frac{3}{2}\cdot\frac{p_A\cdot 3V_A}{\cancel{RT_A}}\cdot\cancel{R}\cdot\frac{5}{4}\cancel{T_A} - \frac{3}{2}\cdot\frac{p_A\cdot 3V_A}{\cancel{RT_A}}\cdot\cancel{R\cdot T_A}$$

$$= \frac{3}{2}p_AV_A\left(\frac{15}{4}-3\right)$$

$$= \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{4}p_AV_A = \frac{9}{8}p_AV_A$$

問5　第1室・状態Cの圧力をp_{C1}とすると、第1室・状態Cの状態方程式は

$$p_{C1}\cdot\cancel{V_A} = \frac{p_A\cancel{V_A}}{\cancel{RT_A}}\cdot\cancel{R}\cdot\underbrace{\frac{5}{4}\cancel{T_A}}_{\text{問3の結果より}}$$

$$\therefore p_{C1} = \frac{5}{4}p_A$$

第2室・状態Cの圧力をp_{C2}とすると、第2室・状態Cの状態方程式は

$$p_{C2}\cdot\cancel{3V_A} = \frac{p_A\cdot\cancel{3V_A}}{\cancel{RT_A}}\cdot\cancel{R}\cdot\underbrace{\frac{5}{4}\cancel{T_A}}_{\text{問3の結果より}}$$

$$\therefore p_{C2} = \frac{5}{4}p_A$$

問6　第1室が第2室にした仕事をWとして、第1室、第2室それぞれについて熱・一を書き出すと、

第1室：$\underbrace{W}_{\text{Wした}} = \underbrace{3p_AV_A}_{\text{Q吸収}} - \underbrace{\Delta U_1}_{\Delta U}$ …④

第2室　$\underbrace{-W}_{\text{Wした}} = \underbrace{0}_{\text{Q吸収}} - \underbrace{\Delta U_2}_{\Delta U}$ …⑤

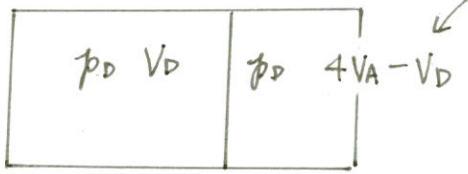
（断熱材があるので0）

④＋⑤　$0 = 3p_AV_A - (\Delta U_1 + \Delta U_2)$

$$\therefore \Delta U_1 + \Delta U_2 = 3p_AV_A$$

問7

A → D になった



第1室と第2室の体積の和は
状態Aより常に
$V_A + 3V_A = 4V_A$
つまりココの体積は
$4V_A - V_D$ とわかる

状態D

「$U = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}pV$」を使うと

$\Delta U_1 =$ 第1室・状態Dの内エネ − 第1室・状態Aの内エネ

$$= \frac{3}{2}p_D V_D - \frac{3}{2}p_A V_A \quad \cdots ⑥$$

問8　問7と同様に

$$\Delta U_2 = \frac{3}{2}p_D(4V_A - V_D) - \frac{3}{2}p_A \cdot 3V_A \quad \cdots ⑦$$

⑥＋⑦をすると

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 = 6p_D V_A - 6p_A V_A$$

これを問6の結果の $\Delta U_1 + \Delta U_2$ と比較して

$$3p_A \cancel{V_A} = 6p_D \cancel{V_A} - 6p_A \cancel{V_A}$$

$$6p_D = 9p_A \quad \therefore p_D = \frac{3}{2}p_A$$

以上

広島あおば物理塾
(082) 274-9555