No.

Date 23.1.20

高知工大 2022 前期 シス工・環理工・情報

1 水平な地面の上に敷いたレールの上を，質量 M の台車を走らせた。図1はレールを真上から見た図で，台車は位置Aから位置Iに向かって移動する。位置Aから位置Fの間は直線で，位置Fから位置Iの間はカーブである。位置Gから位置Hの間のレールの軌道は，位置Oを中心とする半径 r の円周の一部とみなすことができる。重力加速度の大きさを g とし，台車が移動する間の空気抵抗は無視できるものとする。

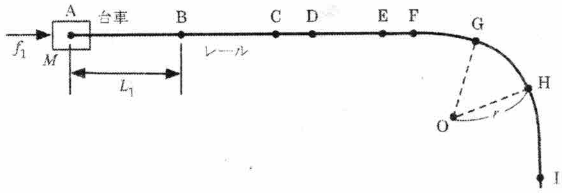


図1

最初，台車は位置Aで静止していた。図1のように，この状態から台車をレールと平行で水平右向きの一定の大きさ f_1 の力で位置Bまで押し続けた。AB間の距離を L_1 とし，AB間で台車とレールの間に摩擦はないものとする。

問1　AB間を移動中の台車の加速度の大きさを，f_1，M を用いて表せ。

問2　台車が位置Aから位置Bに移動するのに要する時間を，L_1，f_1，M を用いて表せ。

位置Bで台車を押すのをやめると，台車はBC間を一定の速さで移動した。台車がカーブに近づいたため，CF間で台車にブレーキをかけると，台車とレールの間に摩擦力がはたらいた。台車とレールの間にはたらく摩擦力は，CD間で0から徐々に大きくなり，DE間では一定の大きさ f_2 で，位置Eを通過すると徐々に小さくなり，位置Fで摩擦力は0になった。図2のように，位置Dを通過する瞬間の台車の速さを v とし，DE間の距離を L_2 とする。

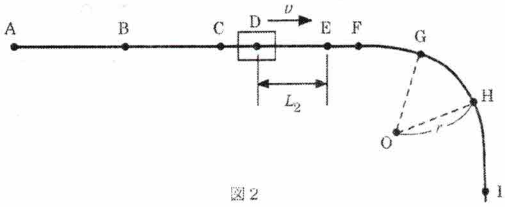


図2

問3　台車が位置Dから位置Eに移動する間に，台車とレールの間にはたらく摩擦力が台車にする仕事を f_2, L_2 を用いて表せ。

問4　台車が位置Eを通過する瞬間の速さを，f_2, L_2, v, M を用いて表せ。解法欄には，導出過程を記述せよ。

図3のように，台車の内部に天井から質量 m の小球が伸び縮みしない糸とバネ定数 k のバネでつるされている。BC間では台車に対して小球が静止しており，この状態でのバネの長さを ℓ とする。糸とバネの質量は無視できる。M は m より十分大きいため，小球が台車の運動に及ぼす影響は無視できるものとする。DE間で，糸とバネは直線を保ったまま鉛直方向から一定の角度で傾き，台車内の小球の位置にずれが生じた。

問5　DE間で，小球の水平方向のずれの向きを，台車を上から見た図4の①～⑧の中から選べ。

問6　DE間で，バネには ℓ からの伸びが生じた。この伸びを，k, f_2, g, m, M を用いて表せ。解法欄には，導出過程を記述せよ。

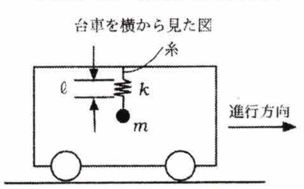


図3

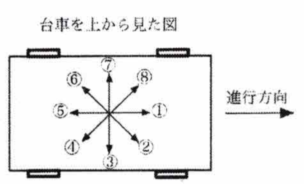


図4

問1 図1右向きを正とすると，台車の運・方は

$Ma=f_1$　　$\therefore |a|=\dfrac{f_1}{M}$ //

(た) M大で|a|小，f_1大で|a|大

問2 「$x=\frac{1}{2}at^2$」より

$$L_1=\frac{1}{2}\cdot\frac{f_1}{M}\cdot t^2$$

$$\therefore t=\sqrt{\frac{2ML_1}{f_1}}$$ //

(た) M大，L_1大でt大，f_1大でt小

問3 $-f_2L_2$ //

(た) ジャマをしているので負

問4 求める速さを v_1 とする。エ・保 より

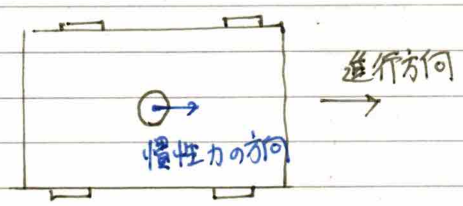
$$\frac{1}{2}Mv_1^2-\frac{1}{2}Mv^2=-f_2L_2$$

$$\therefore \frac{1}{2}Mv_1^2=\frac{1}{2}Mv^2-f_2L_2$$

(た) $f_2=0$ で $v_1=v$ とか

$$v_1=\sqrt{v^2-\frac{2f_2L_2}{M}}$$ //

問5 台車を固定した座標系で考える。



上から見た図

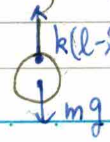
加速度の方向

① //

問6 まず（外から見た座標系で）台車の加速度 a_1 を出す。台車の運・方は

$Ma_1=-f_2$　　$\therefore |a_1|=\dfrac{f_2}{M}$

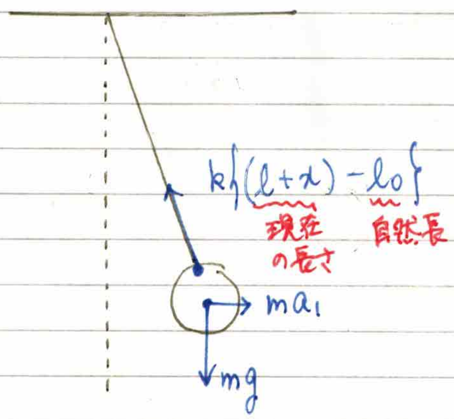
また，バネの自然長 l_0 を出す。図3のときのバネのつり合いの式は



$k(l-l_0)=mg$　　$\therefore l_0=l-\dfrac{mg}{k}$

No.
Date 23. 1. 20

次に台車を固定した座標系にうつり、
小球のつり合いの式を考える。



求める伸びをxとすると、三平方の定理より

$$k\{(l+x)-l_0\}=\sqrt{(mg)^2+(ma_1)^2}$$

$$\therefore k\{(\cancel{l}+x)-(\cancel{l}-\frac{mg}{k})\}=m\sqrt{g^2+\frac{f_2^2}{M^2}}$$

$$x+\frac{mg}{k}=\frac{m}{k}\sqrt{g^2+\frac{f_2^2}{M^2}}$$

$$\therefore x=\frac{m}{k}\left(\sqrt{g^2+\frac{f_2^2}{M^2}}-g\right)$$

た $f_2=0$ で $x=0$

位置Fを通過した台車は，FI間を一定の速さVで移動した。FG間とHI間では，台車内でおもりをつるす糸とバネが常に直線を保ちながら，ゆっくりとその向きが変化した。図5のように台車がGH間で移動している間は，糸とバネは直線を保ったまま鉛直方向から一定の角度で傾き，台車内の小球の位置にずれが生じた。

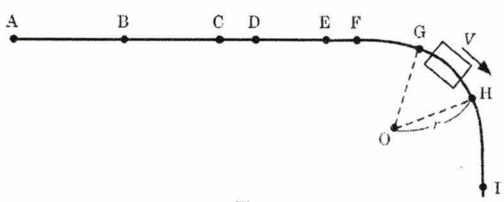


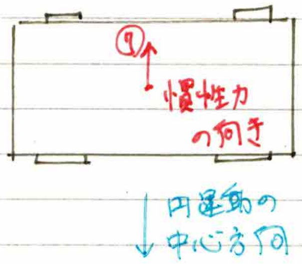
図5

問7　台車がGH間を移動する間の，小球の水平方向のずれの向きを，台車を上から見た図4中の①～⑧の中から選べ。

問8　台車がGH間を移動する間，バネにはlからの伸びが生じた。この伸びをm, r, k, V, gを用いて表せ。

問9　台車がGH間を移動する間の，小球をつるす糸とバネがなす向きと鉛直方向の間の角度をθとする。$\tan\theta$をr, g, Vを用いて表せ。

問7　円運動の外側方向に，常に慣性力(=遠心力)が働くので



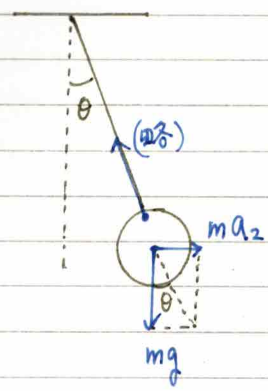
⑦

問8　円運動中の台車の加速度a_2は
「$a=\frac{v^2}{r}$」より $a_2=\frac{V^2}{r}$

よって問6のa_1をa_2にすり替えて

$$x=\frac{m}{k}\left(\sqrt{g^2+\frac{V^4}{r^2}}-g\right)$$

問9



$$\tan\theta=\frac{ma_2}{mg}=\frac{a_2}{g}=\frac{V^2}{gr}$$

た $V\to\infty$ で $\theta\to 90°$
$r\to\infty$ で $\theta\to 0$ とか
(ディメンジョンもモチロンチェック)