No.
Date '20.3.30　　2020　愛媛大

1 以下の設問に答えなさい。

図１のように，水平面に対してθの角をなす斜面を考える。斜面の下部には斜面に沿って動くばね定数kのばねを配置し，ばねの下端を斜面に取り付けた台に固定する。ばねの上端に質量Mの物体１を取り付け，つり合いの位置である点Ｏに静かに置く。このときばねは自然長からlだけ縮んだ。斜面は物体との摩擦がない滑らかな面であり，ばねの質量，物体１の大きさ，空気抵抗は無視してよい。重力加速度の大きさをgとする。

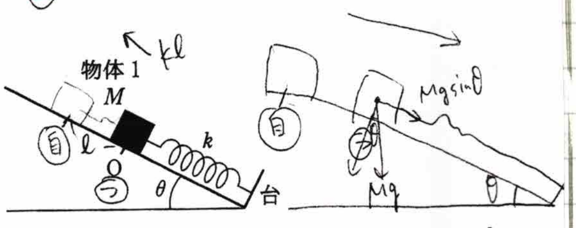


図１

$kl = Mg\sin\theta$

$l = \frac{Mg}{k}\sin\theta$

問１ (1) lを，M，g，k，θを用いて表しなさい。

(2) つり合いの位置から，ばねが自然長になる位置まで物体１を引き上げて静かにはなすと，物体１は振動した。この振動の周期Tと速さの最大値V_1をそれぞれ表しなさい。使ってよい記号はl，M，kとする。

問２ 物体１を点Ｏに静かに置く。図２のように点Ｏから斜面に沿って距離$3L$上方にある点Ａと，点Ａから下方に距離L離れた点Ｂとの間の斜面を動摩擦係数μ'の粗い面にする。それ以外は物体との摩擦がない滑らかな面である。点Ａに質量mの物体２を静かに置くと，物体２は斜面に沿って下り始めた。このときの物体２の加速度をaとする。斜面に沿って下向きを速度と加速度等の正の向きとする。物体２の大きさは無視してよい。

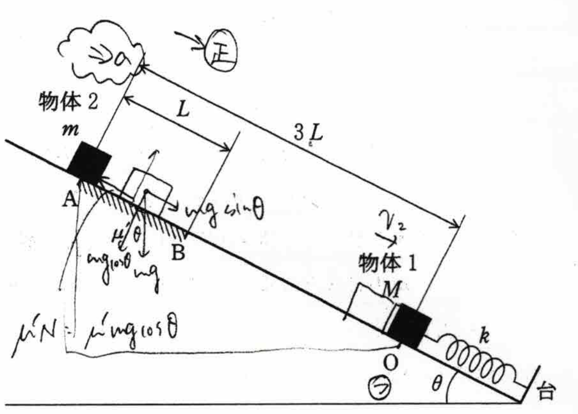


図２

(3) 物体２が点Ａと点Ｂの間にあるとき，aをg，μ'，θを用いて表しなさい。

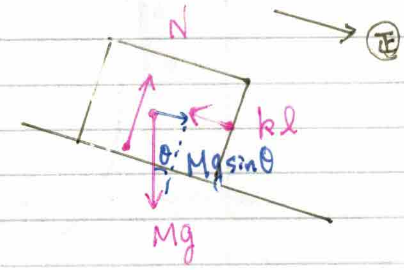
$mg\sin\theta - \mu' mg\cos\theta = ma$　$\therefore a = g\sin\theta - \mu' g\cos\theta$

(4) 物体２が点Ａから点Ｂに達するまでにかかる時間を，L，aを用いて表しなさい。

$v = at$　$v^2 - v_0^2 = 2a \cdot L$

(5) 物体２が点Ａから点Ｂに達するまでに，動摩擦力が物体２にした仕事を，m，L，g，μ'，θを用いて表しなさい。

問１ (1)

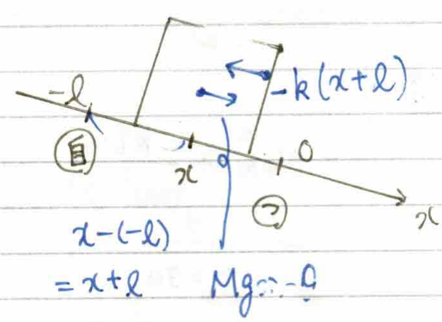


㋡　$-kl + Mg\sin\theta = 0$

$$l = \frac{Mg\sin\theta}{k}$$

$\boxed{た}$ $\theta = 0$ で $l = 0$　OK

(2)



運、方

$$Ma = Mg\sin\theta - k(x+l)$$
$$= Mg\sin\theta - k\left(x + \frac{Mg\sin\theta}{k}\right)$$
$$= -kx$$

$\boxed{た}$ ㋡の位置を原点にとると

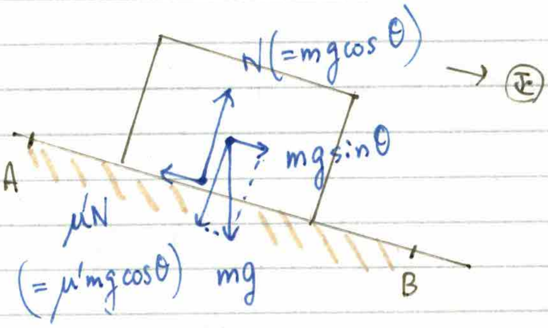
$$F = -Ax + \underbrace{B}_{\text{ココがなくなる.}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$$

'20. 3. 30

$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$ より $V_1 (= r\omega) = \ell\sqrt{\frac{k}{M}}$ //

問2 (3)



解.方 $ma = mg\sin\theta - \mu' mg\cos\theta$

$a = g\sin\theta - \mu' g\cos\theta$

$\boxed{\text{た}}$ $\mu' = 0$ で $a = g\sin\theta$

さらに $\theta = 0$ で $a = 0$

(4) 「$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$」より

$L = 0 \cdot t + \frac{1}{2}(g\sin\theta - \mu' g\cos\theta)t^2$

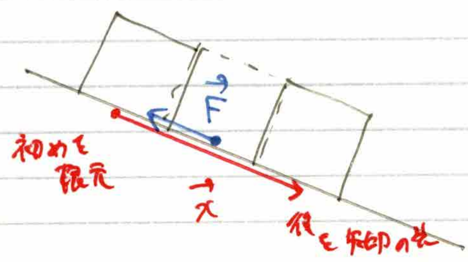
$t = \sqrt{\dfrac{2L}{g\sin\theta - \mu' g\cos\theta}}$

$\boxed{\text{た}}$ $\mu' = 0$ かつ $\theta = 90°$ で $t = \sqrt{\frac{2L}{g}}$

ただし、答 $= \sqrt{\frac{2L}{a}}$ //

(5) $W = \vec{F} \cdot \vec{x}$

$= -(\mu' mg\cos\theta)L$ //



No.

Date '20.3.30

物体2は，点Bを通り過ぎ，速度 v_2 で点Oに達し，物体1に衝突した。衝突の直後，物体2は速度 v_2'，物体1は速度 v_1' となった。この衝突に要する時間は無視でき，衝突の際ばねの影響はないものとしてよい。その後，物体1は斜面に沿って下方に動き，点Oから距離 d 離れた位置で速度が0になった。物体1と物体2の間の反発係数(はね返り係数)を e とし，物体1の速度が0になるまで物体1と物体2との再衝突はないものとする。物体1と物体2は斜面に沿って一直線上を運動するものとする。

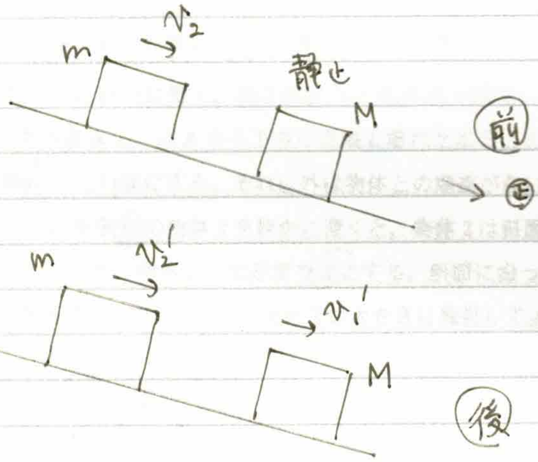
(6) v_2 を，L，g，μ'，θ を用いて表しなさい。

(7) v_1' と v_2' を，v_2，M，m，e を用いて表しなさい。

(8) 衝突直後の物体1の運動エネルギー K_0，重力による位置エネルギー U_0，このときのばねの弾性エネルギー S_0 をそれぞれ表しなさい。また，衝突の後に物体1が下方に動き速度が0になった位置での物体1の運動エネルギー K，重力による位置エネルギー U，ばねの弾性エネルギー S をそれぞれ表しなさい。ただし，重力による位置エネルギーは点Oを通る水平面を基準面とし，使ってよい記号は v_1'，M，k，l，d，θ，g とする。

(9) d を，v_1'，k，M を用いて表しなさい。

(7)



運・保 $$Mv_1' + mv_2' = M\cdot 0 + mv_2 \quad \cdots ①$$

は $$e = -\frac{v_1' - v_2'}{0 - v_2} \quad \cdots ②$$

②より $$-v_1' + v_2' = -ev_2 \quad \cdots ☆$$

$$-Mv_1' + Mv_2' = -eMv_2$$

+① $$(M+m)v_2' = (m-eM)v_2$$

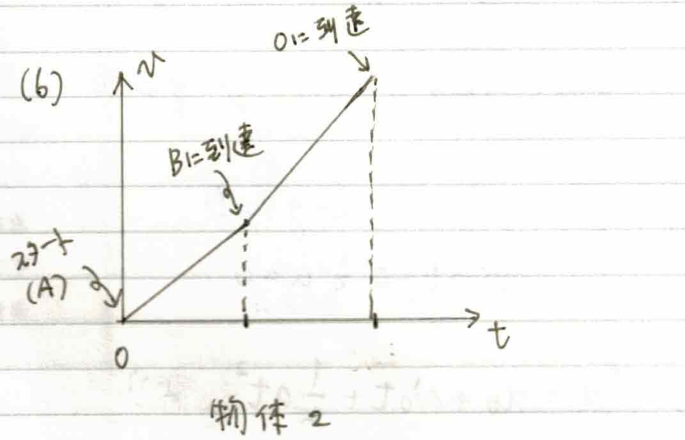
$$v_2' = \frac{m-eM}{M+m}v_2$$

☆に代入 $$-v_1' + \frac{m-eM}{M+m}v_2 = ev_2$$

$$-v_1 = ev_2 - \frac{m-eM}{M+m}v_2$$

$$= \frac{eM+em-m+eM}{M+m}v_2$$

(6)



方法1 Bのときの速度を v_B として

$$v_B^2 - 0^2 = 2(g\sin\theta - \mu' g\cos\theta)L \quad \cdots ①$$

$$v_2^2 - v_B^2 = 2g\sin\theta\cdot 2L \quad \cdots ②$$

①+② $$v_2^2 = 6g\sin\theta\cdot L - 2\mu' g\cos\theta\cdot L$$

$$v_2 = \sqrt{6g\sin\theta\cdot L - 2\mu' g\cos\theta\cdot L}$$

方法2 エ・保

$$\underbrace{\frac{1}{2}mv_2^2 + 0}_{\text{点O}} = \underbrace{\frac{1}{2}m\cdot 0^2 + mg\cdot 3L\sin\theta}_{\text{点A}} \underbrace{- \mu' mg\cos\theta\cdot L}_{\text{まさつで失われた}}$$

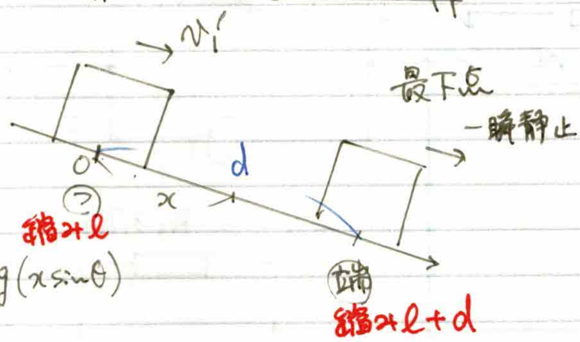
(8) $K_0 = \frac{1}{2}Mv_1'^2$

$$\left(= \frac{1}{2}M\left\{\frac{m(1+e)}{M+m}\right\}^2 \right)$$

$U_0 = 0$, $S_0 = \frac{1}{2}kl^2$

$K = 0$ $S = \frac{1}{2}k(l+d)^2$

(9)



位 $-mg(x\sin\theta)$

単・エ・保

$$\underbrace{\frac{1}{2}M\cdot 0^2 + \frac{1}{2}kd^2}_{\text{端}} = \underbrace{\frac{1}{2}Mv_1'^2 + \frac{1}{2}k\cdot 0^2}_{\text{つ}}$$

$d = v_1'\sqrt{\frac{M}{k}}$

よって $U = -Mgd\sin\theta$ ← (8)の答え